

Übungsaufgaben Ohmsches Gesetz, elektrische Leistung

1) Eine Glühlampe für eine Betriebsspannung von 6 Volt und einer Leistung von 30 W soll an eine Spannungsquelle mit 24 Volt angeschlossen werden. Zeichne eine Schaltskizze !

Berechne den Strom, der in der Schaltung fließt, den Widerstand der Glühbirne, und die Größe des Vorwiderstandes! Welche Leistung muss der Widerstand aushalten können?

Stromstärke: 5 [A]

Widerstand der Glühbirne: 1,2 [Ω]

Vorwiderstand : 3,6 [Ω]

Leistungsklasse: 0,5 ; 1; 2; 5; 10; 20; 50; 100 [A] (kreise die richtige Zahl ein)

Lösung:

$$I_{ges} = \frac{P_L}{U_L} = \frac{30 \text{ VA}}{6 \text{ V}} = 5 \text{ A} \quad ; \quad R_L = \frac{U_L}{I_{ges}} = \frac{6 \text{ V}}{5 \text{ A}} = 1,2 \Omega \quad ; \quad U_V = U_{ges} - U_L = 24 \text{ V} - 6 \text{ V} = 18 \text{ V} \quad ;$$

$$R_V = \frac{U_V}{I_{ges}} = \frac{18 \text{ V}}{5 \text{ A}} = 3,6 \Omega \quad ; \quad P_V = U_V * I_{ges} = 18 \text{ V} * 5 \text{ A} = 90 \text{ W} \quad \text{Der Widerstand liegt also in}$$

der 100 Watt-Leistungsklasse!

2) Über ein 80 m langes Cu-Kabel mit dem Querschnitt 1,5 mm² sollen einige elektrische

Verbraucher mit einer Gesamtleistung von 2400 W betrieben werden. Berechne die

Verlustleistung am Kabel P_V . Berechnungen auf gesondertem Blatt! ($\rho_{Cu} = 0,017 \Omega\text{mm}^2/\text{m}$).

Wie groß ist die tatsächliche Leistung an der Last?

Gesamtstromstärke $I_{ges} = 9,64$ [A] Verlustleistung $P_V = 169$ [W] $P_{ist} = 2049$ [W]

Spannung U =	230 V
Länge Kabel l =	80 m
Querschnitt Kabel A=	1,5 mm ²
Material	Kupfer ρ= 0,017 Ωmm ² /m
Angeschlossene Gesamtlast:	2400 W

Die gesuchte Größe P_v kann nicht so ohne weiteres berechnet werden, da dazu die Spannung an der Zuleitung und die Gesamtstromstärke I bekannt sein muss.

I wiederum ist nur durch Kenntnis des Gesamtwiderstandes (= Summe aller Widerstände) zu berechnen. Aber kein Problem, das lässt sich alles berechnen!

Zuerst wird der Widerstandswert R_k des Kabels errechnet.

$$R_k = \rho * l/A = 0,017 \Omega\text{mm}^2/\text{m} * 80\text{m}/1,5\text{mm}^2$$

$$R_k = 0,907 \Omega$$

Als nächstes wird der Widerstand der angeschlossenen Last R_L berechnet. Dazu benutzen wir die gegebene Nennlast, die auf die Nennspannung (= 230 V) bezogen ist.

$$R_L = U^2/P = (230\text{V})^2/ 2400\text{W}$$

$$R_L = 22,04 \Omega$$

Der Gesamtwiderstand dieses Stromkreises setzt sich aus dem Widerstand der Last und dem 2-fachen Widerstandswert der Leitung (Hin- und Rückweg) zusammen, also:

$$R_{ges} = R_k + R_L + R_k$$

$$R_{ges} = 0,91 \Omega + 22,04 \Omega + 0,91 \Omega$$

$$= 23,86 \Omega$$

Aus dem Ohmschen Gesetz folgt die Beziehung: $I = U/R$ in unserem Fall $I_{ges} = U_{ges} / R_{ges}$

$$I_{ges} = 230 \text{ V} / 23,86 \Omega = 9,64 \text{ A}$$

Das Ziel rückt näher! Wir brauchen nun die Spannung am Kabel. Auch hier hilft das Ohmsche Gesetz weiter: $U_k = R_k * I_{ges}$

$$U_k = 0,91 \Omega * 9,64 \text{ A} = 8,74 \text{ V}$$

Die Spannung U_k am Kabel sowie die fließende Stromstärke I_{ges} sind nun bekannt. Damit lässt sich nun ganz einfach die Verlustleistung am Kabel berechnen,

$$\text{denn } P_k = U_k * I_{ges}$$

$$P_k = 8,74 \text{ V} * 9,64 \text{ A} = 84 \text{ W}$$

Diese Verlustleistung tritt zweimal auf (Hin-Rückleitung), also wird das Ergebnis verdoppelt und die Verlustleistung wird 169 W

Jetzt kann sogar noch berechnet werden, welche Leistung denn nun tatsächlich bei den Verbrauchern ankommt, denn durch den Spannungsabfall an der Zuleitung sinkt die Spannung an den Verbrauchsstellen! Die tatsächliche Spannung an den Verbrauchern beträgt $U_{L \text{ tatsächlich}} = R_L * I$

$$U_{L \text{ tatsächlich}} = 22,04 \Omega * 9,64 \text{ A} = 212,52 \text{ V}$$

Die tatsächliche Leistung wird danach : $212,52 \text{ V} * 9,64 \text{ A} = 2049 \text{ W}$

- 3) In einer Schaltung sind 5 Verbraucher parallel geschaltet. Die Leistungsangaben bei einer Spannung von 230 V sind $P_1 = 150 \text{ W}$, $P_2 = 1000 \text{ W}$, $P_3 = 200 \text{ W}$, $P_4 = 40 \text{ W}$ und $P_5 = 60 \text{ W}$. Zeichne den Schaltplan und berechne die Gesamtstromstärke und den Ersatzwiderstand!

	P	U=	230	Volt
	$P_{[W]}$	$I_{[A]}$	$R_{[\Omega]}$	$1/R$
1	150	0,65	353	0,0028
2	1000	4,35	53	0,0189
3	200	0,87	265	0,0038
4	40	0,17	1323	0,0008
5	60	0,26	882	0,0011
Gesamt	1450	6,30	36	0,03
				36,48

$$I = \frac{P}{U}; R = \frac{U}{I}; \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}$$

Gesamtstromstärke $I_{\text{ges}} = 6,3 \text{ [A]}$ Ersatz $R_{\text{ges}} = 36 \text{ [}\Omega\text{]}$

- 4) Die Außenbeleuchtung an einem Haus ist mit einer 75 Watt-Glühlampe ausgestattet und wird über einen Dämmerungsschalter gesteuert. Im Schnitt leuchtet sie elf Stunden pro Tag. Wie teuer ist die Beleuchtung pro Jahr, wenn die Kilowattstunde (also die Arbeit d.h. $W = P \cdot t$) 17,23 €Cent kostet. Wie viel Geld würde gespart, wenn die Glühlampe gegen eine Energiesparleuchte von 11 Watt ausgetauscht würde?

$$W = P \cdot t$$

Hier ist zu beachten, dass die Arbeit W ($W = P \cdot t$) für P in kW (= Kilowatt) und für t in h (= Stunden) ermittelt wird, da dieses die Größe ist, die beim EVU abgerechnet werden muss.

Kostenberechnung		Alt. 1	Alt.2
Leistung P =	[W]	75	11
Leistung P =	[kW]	0,075	0,011
Nutzungsdauer/Tag	[h]	11	11
Tage/Jahr	[d]	365	365
Zeit t =	[h/a]	4015	4015

Arbeit /Jahr	[kWh/a]	301,13	44,17
Preis pro kWh	[€cent]	17,23	17,23
Kosten/Jahr	[€]	51,88	7,61
Differenz A1 - A2	[€]	-44,27	

- 5) Ein Transformator hat primärseitig eine Spule mit $n = 500 \text{ Wdg.}$ sekundärseitig $n = 3000 \text{ Wdg.}$ Wie groß ist die Ausgangsspannung, wenn eingangsseitig 230 V anliegen?

$$\frac{U_{\text{prim}}}{U_{\text{sek}}} = \frac{N_{\text{prim}}}{N_{\text{sek}}} \implies U_{\text{sek}} = \frac{U_{\text{prim}} \cdot N_{\text{sek}}}{N_{\text{prim}}} = \frac{230 \text{ V} \cdot 3000 \text{ Wdg.}}{500 \text{ Wdg.}} = 1380 \text{ V}$$

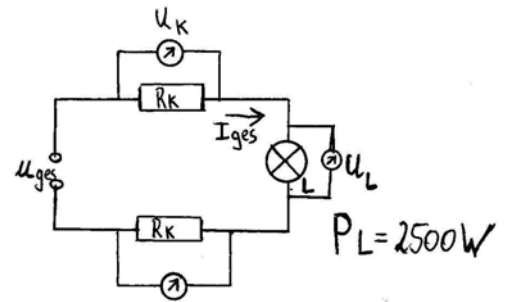
- 6) Zeige, wie eine allgemeine Formel zum Berechnen der Verlustleistung P_V in einer Zuleitung aus den Angaben

U_{ges} = Netzspannung, in Volt, das kann auch mal kleiner als 230 V sein

- l = Leitungslänge in Meter
- A = Querschnitt des Kabel in mm^2
- ρ = Materialkonstante in $\frac{\Omega \text{mm}^2}{\text{m}}$ z.B. Kupfer = $0,017 \frac{\Omega \text{mm}^2}{\text{m}}$
- P_L = Gesamtnennleistung (= also auf die Nennspannung bezogen) der angeschlossenen Lasten
- P_K = Verlustleistung in einer Zuleitungsader

$$P_V = 2P_K \text{ (Hin- und Rückleitung!)} \quad P_K = U_K * I_{ges}$$

entwickelt werden kann und berechne damit die Verlustleistung in Aufgabe 2. Wie groß ist die tatsächliche Leistung an der Last?



Lösung:

Wir brauchen die Verlustleistung P_V , sie wird berechnet nach

$$P_V = 2P_K \text{ (Hin- und Rückleitung!)} \quad P_K = U_K * I_{ges}$$

Hier sind aber weder U_K noch I_{ges} bekannt. Da aber gilt $U_K = R_K * I_{ges}$ ersetzen wir U_K durch $R_K * I_{ges}$ und erhalten die folgende Gleichung $P_V = R_K * I_{ges} * I_{ges}$. Das lässt sich zusammenfassen in:

$$P_V = 2 * (R_K * I_{ges}^2)$$

R_K können wir aus den Angaben errechnen, das folgt später. Betrachten wir I_{ges} . Sie ließe sich

berechnen, wenn wir den Gesamtwiderstand kennen würden, denn aus $R_{ges} = \frac{U_{ges}}{I_{ges}}$ folgt

$I_{ges} = \frac{U_{ges}}{R_{ges}}$. U_{ges} ist genannt und der Gesamtwiderstand lässt sich auch berechnen, das ist

die Summe alle Widerstände in diesem Stromkreis.

Ersetzen wir also I_{ges} durch $\frac{U_{ges}}{R_{ges}}$ dann erhalten wir:

$$P_V = 2 * \left(R_K * \left(\frac{U_{ges}}{R_{ges}} \right)^2 \right) \quad \text{Kümmern wir uns um } R_{ges}! \text{ Wir ersetzen jetzt } R_{ges} \text{ durch die}$$

Elemente, die den Gesamtwiderstand bilden, nämlich zweimal das Kabel und den Widerstand der Gesamtlast, und es wird $R_{ges} = R_K + R_L + R_K = 2R_K + R_L$ und erhalten:

$$P_V = 2 * \left(R_K * \left(\frac{U_{ges}}{2R_K + R_L} \right)^2 \right) \quad \text{Damit kommen wir dem Endergebnis langsam näher,}$$

denn wir kennen die Gesamtnennleistung und die Nennspannung mit deren Hilfe wir R_L

berechnen können. $R_L = \frac{U_{Nenn}^2}{P_{Nenn}}$, es wird nun statt R_L der Term $\frac{U_{Nenn}^2}{P_{Nenn}}$ verwendet und wir

erhalten

$$P_V = 2 * \left(R_K * \left(\frac{U_{ges}}{2R_K + \frac{U_{Nenn}^2}{P_{Nenn}}} \right)^2 \right) \quad \text{sieht kompliziert aus, ist es aber nicht. Jetzt}$$

müssen wir das noch unbekannte R_K durch die gegebenen Größen l = Leitungslänge in Meter,

A = Querschnitt des Kabel in mm^2 und ρ = Materialkonstante in $\frac{\Omega \text{mm}^2}{\text{m}}$ ausdrücken.

$R_K = \rho * \frac{l}{A}$ dann eingesetzt ergibt

$$P_V = 2 * \left(\frac{\rho * l}{A} * \left(\frac{U_{ges}}{2\rho * \frac{l}{A} + \frac{U_{Nenn}^2}{P_{Nenn}}} \right)^2 \right) \quad \text{Zahlen eingesetzt ergibt:}$$

$$P_V = 2 * \left(0,017 \frac{\Omega * mm^2}{m} * \frac{80 m}{1,5 mm^2} * \left(\frac{230 V}{2 * 0,017 \frac{\Omega * mm^2}{m} * \frac{80 m}{1,5 mm^2} + \frac{230 V^2}{2400 W}} \right)^2 \right) = 169 W$$

Für die tatsächliche Leistung an der Last brauchen wir die Stromstärke I. Aus der vorigen Gleichung ist ersichtlich, dass

$$I = \left(\frac{U_{ges}}{2\rho * \frac{l}{A} + \frac{U_{Nenn}^2}{P_{Nenn}}} \right) \quad \text{also} \quad I^2 = \left(\frac{U_{ges}}{2\rho * \frac{l}{A} + \frac{U_{Nenn}^2}{P_{Nenn}}} \right)^2 \quad \text{ist. Die wahre Leistung an}$$

der Last kann mit $P_{ist} = R_L * I^2$ errechnet werden. Da gilt: $R_L = \frac{U_{Nenn}^2}{P_{Nenn}}$ wird

$$P_{ist} = \frac{U_{Nenn}^2}{P_{Nenn}} * \left(\frac{U_{ges}}{2\rho * \frac{l}{A} + \frac{U_{Nenn}^2}{P_{Nenn}}} \right)^2 \quad \text{Zahlen eingesetzt ergibt sich:}$$

$$P_{ist} = \frac{230 V^2}{2400 W} * \left(\frac{230 V}{2 * 0,017 \frac{\Omega * mm^2}{m} * \frac{80 m}{1,5 mm^2} + \frac{230 V^2}{2400 W}} \right)^2 = 2049 \text{ Watt}$$

7) In einer Reihenschaltung sind drei Widerstände hintereinander geschaltet. Die Widerstandswerte betragen 22 Ω und 47 Ω. Am dritten sind die Markierungen nicht mehr sichtbar. Wie groß ist der Widerstandswert, wenn bei $U_{ges} = 24 V$ ein Strom von 83 mA fließt? Ergebnis auf ganze Zahl runden! Welche Leistungsklassen müssen die Widerstände haben?

$$R_{ges} = \frac{U_{ges}}{I_{ges}} = \frac{24 V}{0,083 A} = 289 \Omega \quad R_3 = R_{ges} - R_1 - R_2 = 289 \Omega - 22 \Omega - 47 \Omega = 220 \Omega$$

$$P_3 = R_3 * I^2 = 220 \Omega * (0,083 A)^2 = 1,52 W \quad \text{Leistungsklasse 2 Watt}$$

alternativ hätte hier auch gerechnet werden können:

$$U_3 = R_3 * I = 220 \Omega * 0,083 A = 18,26 V \quad \text{und weiter} \quad P_3 = U_3 * I = 18,26 V * 0,083 A = 1,52 W$$